## *Justificación de la lógica:

La lógica es la ciencia que establece las leyes, los modos y las formas de razonamiento.
El razonamiento es la capacidad de extraer conclusiones, aprender de la experiencia y de resolver problemas estableciendo conexiones causales entre hechos.

El objeto del estudio de la lógica es el razonamiento.
Se utiliza para resolver problemas o intuitivamente razonar algo A (efecto) a partir de B (causa).

Ejemplo:

- Todos los humanos son mortales. } Entonces Susana es mortal.
- Susana es humana.

El estudio de la lógica se basa en el analisis del lenguaje.
Con la lógica podremos descartar imprecisiones y ambigüedades del lenguaje.

Tradicionalmente:

- Ayudaba a los humanos a razonar correctamente.
- Corregía a los humanos en su modo de argumentar.
- Ayudaba a distinguir quien estaba argumentando correctamente.

Actualmente:

- Combina la lógica proposicional y la teoría de circuitos
- Desarrogar circuitos (hardware).
- Mecaniza el razonamiento.

En resumen, antiguamente se utilizaba para entender nuestra forma de razonar y actualmente intentamos establecer un cálculo que funcione como modelo del modo de razonar humano.

-Componentes del razonamiento:

- Premisas: Afirmaciones o ideas que damos como ciertas.
- Conclusión: A lo que llegamos siguiendo las premisas.

Ejemplo:

-Todos los humanos son mortales
-Susana es humana
} Susana es mortal.

Premisas

Conclusión.

-Tipos de razonamiento:

- Razonamiento Deductivo: Es cuando la conclusión sigue necesariamente de las premisas, es decir, si la premisa es verdadera la conclusion tambien lo será.

  Ejemplo: Todos los pares son naturales, el 2 es par, por lo tanto el 2 es un número natural.

- Razonamiento Inductivo: Es cuando pretendemos que la conclusión se siga con cierta probabilidad de las premisas. La probabilidad de que suceda la conclusión nunca sera mayor que la probabilidad de que sucedan las premisas.

  Ejemplo: Juan es de España y de raza blanca, Pepe es de España y de raza blanca, Maria es de España y de raza blanca. Probablemente todos los españoles son de raza blanca.

- Razonamiento Abductivo: Es cuando pretendemos que la conclusión se siga conjeturalmente de las premisas, es decir, nuestran conclusiones son conjeturas de las premisas. Tenemos menos garantias de nuestra conclusión respecto a las premisas.

  Ejemplo: Hay un gato sobre el capo del coche, entonces conjeturo que esta sobre el porque esta caliente, y llego a la conclusión de que el coche acaba de llegar.

- Componentes del cálculo lógico:
  - Lenguaje formal: Sirve para indicar que expresiones son correctas y cuales no.

    Se define con:

    Vocabulario primitivo: los simbolos que se combinaran en el lenguaje. (y, o, no, si... entonces)

    Reglas de formación: Indican como deben combinarse los simbolos del vocabulario primitivo.

  - Mecanismo deductivo: Permite la transformación de unas formulas en otras, de acuerdo a una serie de criterios lógicos.

    Se define con:

    Axiomas: Verdades absolutas. Si el sistema es de deducción natural no hay axiomas.

    Reglas de transformación: Nos permiten establecer nuevas reglas, pasamos de unas expresiones a otras.

- Semántica:

  La semántica es el estudio de las interpretaciones de un lenguaje formal, su objetivo es indicar las condiciones de verdad de cualquier expresión del sistema.

  Nos indica la cantidad y los tipos de valores de verdad.

  Tipos de semántica:
  - Bivalente: Dos valores de verdad (0, 1)
  - Polivalente: Número finito de valores {0, 0'25, 0'5, 0'75, 1}
  - Infinitamente valorada: Número infinito de valores.
  - Fuzzy: Valores de verdad lingüísticos (Muy verdadero, verdadero falso, muy falso).

## *Cálculo de deducción natural de enunciados:

- Lenguaje formal:
  - Variables proposicionales: p, q, r, s, t, ...
  - Conectivas: son constantes lógicas primitivas del cálculo de deducción natural de enunciados.

    ¬ negación

    ∧ conjunción (y)

    ∨ disyunción (ó)

    → Implicación
  - Parentesis: son simbolos auxiliares (,), [,], {,}

- Reglas de formación:

Indican que combinaciones de simbolos primitivos son validas.

A estas combinaciones de simbolos las llamaremos formulas bien formadas (fbf).

$R_{F1}$: Una variable proposicional por si sola es una fbf.

$R_{F2}$: Si A es un fbf, ¬A es tambien un fbf.

$R_{F3}$: Si A y B son fbf, al conjugarse tambien son fbf

$A \wedge B$, $A \vee B$, $A \to B$

$R_{F4}$: Solo obtendremos fbf si estan construidas en base a las tres primeras reglas.

Utilizaremos mayusculas para designar fbf.

- Prioridades de las conectivas:
  - Alcance mayor → implicación
  - Alcance medio ∧,∨ conjunción y disyunción
  - Alcance menor ¬ negación.

-Mecanismo deductivo:

El mecanismo deductivo solo viene dado por reglas de transformación.

- Reglas de transformación básicas: son las suficientes para realizar cualquier deducción.

Existen dos reglas basicas, una de Introducción y otra de eliminación:

$$I\neg \quad \frac{\left[\begin{array}{l} A \\ B \land \neg B \end{array}\right.}{\neg A} \qquad E\neg \quad \frac{\neg\neg A}{A}$$

reducción a lo absurdo

$$I\land \quad \frac{\begin{array}{l} A \\ B \end{array}}{A \land B} \qquad E\land \quad \frac{A \land B}{A} \quad \frac{A \land B}{B}$$

$$I\lor \quad \frac{A}{A \lor B} \quad \frac{B}{A \lor B}$$

$$E\lor \quad A \lor B$$

$$\frac{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} A \\ C \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} B \\ C \end{array}\right. \end{array}}{C}$$

supongo A llego a C

supongo B llego a C

por tanto tengo C

$$I\to \quad \frac{\left[\begin{array}{l} A \\ B \end{array}\right.}{A \to B}$$

$$E\to \quad A \to B \quad \frac{A}{B}$$

modos ponendo ponens

Demostración directa.

- Reglas de transformación derivadas: Contribuyen a realizar deducciones mas breves al evitar la realización de determinados pasos.

Existen infinitas reglas derivadas y cada una de ellas tiene la estructura de un argumento deductivo válido.

-Contingencia: Enunciado cuya verdad depende de su contenido, es decir, que una cosa puede suceder o no.
"Contingencia de un futuro despido".

-Contradicción: Es falsa en virtud de la forma lógica determinada por las conectivas. Resultados siempre falsos.
Es una incopatibilidad, "llueve y no llueve".

-Tautología: Es verdadera en virtud de la forma lógica determinada por las conectivas.
Es una fbf que resulta verdadera para cualquier interpretación.
Resultados siempre verdaderos.

-Argumento deductivo sólido: Argumento deductivo valido con premisas verdaderas, es decir, si la premisa es verdadera, la conclusion es verdadera.

- O Laura tiene un Samsung o tiene un iphone
  Laura no tiene un iPhone.
  Por lo tanto, Laura tiene un Samsung.

$$\boxed{\begin{array}{l} p \veebar q \\ \neg q \\ \hline \therefore p \end{array}}$$

* Estrategias de formalización para la lógica proposicional:

- Formalizar: Consiste en traducir del lenguaje natural al lenguaje formal.

- Estrategia general:
  1. Buscamos expresiones de conectivas: (y, o, ; , ,)
  2. Localizamos enunciados atómicos y asignarles variables proposicionales (p, q, r, s...)
  3. Sustituimos los enunciados atomicos por sus variables.
  4. Sustituimos las expresiones lógicas por sus simbolos correspondientes ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$).
  5. Añadir parentesis para evitar ambigüedades.

Una formula por cada punto o punto y coma.

Ejemplo:

Siempre que voy a la playa me doy un chapuzon en el mar. Ire a la playa a no ser que llueva. Por lo tanto, si no llueve, me dare un chapuzon en el mar.

p: voy a la playa
q: me doy un chapuzón en el mar
r: llueve.

1 $p \rightarrow q$
2 $\neg r \rightarrow p$
$\therefore \neg r \rightarrow q$

*Calculo de deducción natural:

1- Separar las premisas de la conclusión.

2- Analizar la conclusión:

- Si la conclusión es una de las premisas es facil deducir.
- Si la conclusion es parte de una de las premisas, debemos observar donde esta para ver si se puede obtener.
- Si la conclusión no se da en los casos anteriores y tiene conectivas, usaremos las reglas de introducción para obtenerla.
- Si no se dan los casos anteriores, procedemos a la deducción por reducción a lo absurdo.

La reducción al absurdo consiste en suponer la negación de la conclusión y tratar de llegar a una contradicción

En resumen:

1- Separar las premisas de la conclusión.

2- Analizar la conclusión:

a) Si es una premisa ✓

b) Si es doble negacion E¬

c) Si es parte de una conjunción E∧

d) Si es el consecuente de un condicional ¿Tengo el antecedente?

- Si lo tengo, ya tengo el consecuente.
- Si no lo tengo, tengo que hallarlo.

*Estrategias de deducción:

- Negación:
  1. Suponemos la conclusión sin negar
  2. Llegamos a una contradicción
  3. La conclusión seria la introducción a la negación. $I\neg$

- Conjunción: Obtener cada una de las dos subformulas. $I\wedge$

- Disyunción: Obtener alguna de las dos subformulas. $I\vee$

- Condicional:
  1. Suponemos el antecedente
  2. Llegamos al consecuente
  3. Introducimos el condicional $I\to$

- Reducción al absurdo: lo usaremos cuando todo lo demas falla.
  1. Suponemos la negación de la conclusión.
  2. Llegamos a una contradicción.
  3. Introducimos la negación. $I\neg$
  4. Eliminamos la doble negación. $E\neg$

Ejemplos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $p \to q$ | $\vdash s$ | ·Buscamos donde aparece s: $3.\ q \to s$ |
| 2 | $r \wedge p$ | | ·Necesitamos q para obtener s. |
| 3 | $q \to s$ | | ·Buscamos donde aparece q: $1.\ p \to q$ |
| 4 | $p$ | $E\wedge$ 2 | ·Necesitamos p para obtener q. |
| 5 | $q$ | $E\to$ 1,4 | ·Buscamos donde aparece p: $2.\ r \wedge p$ |
| 6 | $s$ | $E\to$ 3,5 | ·Ahora empezamos a solucionarlo. |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $p \to q$ | $\vdash q \wedge s$ |
| 2 | $r \to s$ | |
| 3 | $p \wedge r$ | |
| 4 | $p$ | $E\wedge$ 3 |
| 5 | $q$ | $E\to$ 1,4 |
| 6 | $r$ | $E\wedge$ 3 |
| 7 | $s$ | $E\to$ 2,6 |
| 8 | $q \wedge s$ | $I\wedge$ 5,7 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $s\to q\wedge t$ | $\vdash p\to q$ |
| 2 | $s\vee t$ | |
| 3 | $s\vee t\to s$ | |
| 4 | $p$ | suponemos p. |
| 5 | $s$ | E∧ 3,2 |
| 6 | $q\wedge t$ | E→ 1,5 |
| 7 | $q$ | E∧ 6 |
| 8 | $p\to q$ | I→ 4-7 desde 4 hasta 7. |

---

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $t\vee w$ | $\vdash p\wedge q\to r\wedge s$ |
| 2 | $t\to r$ | supongo el antecedente $\left[\begin{array}{l} p\wedge q \\ r\wedge s \end{array}\right.$ |
| 3 | $q\to s$ | |
| 4 | $w\to r$ | |
| 5 | $p\wedge q$ | |
| 6 | $q$ | E∧ 5 |
| 7 | $s$ | E→ 3,6 |
| 8 | $t$ | |
| 9 | $r$ | E→ 2,8 |
| 10 | $w$ | |
| 11 | $r$ | E→ 4,10 |
| 12 | $r$ | E∨ 1, 8-9, 10-11 |
| 13 | $r\wedge s$ | I∧ 12,7 |
| 14 | $p\wedge q\to r\wedge s$ | I→ 5-13 |

*Reglas derivadas:

- Ex Contradictione quodlibet (ECQ): es como no decir nada

Signo. $$\frac{A\wedge\neg A}{B}$$

- Silogismo disyuntivo: $$\frac{\begin{array}{c}A\vee B\\ \neg A\end{array}}{B}$$

- De Morgan $$\begin{array}{c}\neg(A\wedge B)\\ \hline\hline \neg A\vee\neg B\end{array}$$ la doble ralla indica que la deducción se puede hacer en ambos sentidos.

- Principio de tercio Excluso (PTE) es una conclusión que no tiene premisa, se puede extraer de la nada.

$$\frac{}{A\vee\neg A}$$

## *Semántica en lógica proposicional:

- Semántica: Es una herramienta formal que permite saber bajo que condiciones una formula bien formada compleja es verdadera o falsa en función de los valores de verdad de las variables proposicionales que contiene.

Reglas semánticas:

$R_{s1}$: Principio de bivalencia: Una variable proposicional puede tener un valor verdadero o falso.

$R_{s2}$: El valor semántico de la negación de cualquier formula sera 1 si, y solo si, el valor semántico de la formula sin negar es 0. El resultado de negar una fbf es su contrario.

$R_{s3}$: El valor semántico de dos formulas es 1 si, y solo si, el valor semantico de las dos es 1. Puerta lógica AND.

$R_{s4}$: El valor semántico de dos formulas es 1 si, y solo si, cualquiera de las dos es 1 o las dos. Puerta lógica OR.

$R_{s5}$: El valor semántico de dos formulas A y B es 1 si, y solo si, el valor de A es 0 o el valor de B es 1

$R_{s2}$

| A | ¬A |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

$R_{s3}$

| A | B | A∧B |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$R_{s4}$

| A | B | A∨B |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

$R_{s5}$

| A | B | A→B |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Ejemplo:

| p | q | r | s | ¬p | ¬p∨q | (¬p∨q)∧r | (¬p∨q)∧r→s |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

- Tablas semánticas:
  - Contingencia: Si el resultado de la fórmula contiene 0s y 1s.
  - Tautología: Si el resultado de la fórmula solo contiene 1s.
  - Contradicción: Si el resultado de la fórmula solo contiene 0s.
  - Equivalencia: Si las tablas de verdad de dos formulas son iguales entre sí.
- Demostración de la validez de un razonamiento:
  1. Unir las premisas mediante conjunción.
  2. Unir las premisas a la conclusión mediante un condicional.
  3. Calcular la tabla de la verdad:
     - Tautología: Valido
     - Contingencia o contradicción: No valido.

## * Aplicación de la lógica proposicional: Circuitos lógicos.

-Puertas lógicas

1. Puerta lógica de negación: NOT (Inversor)

$= \neg$

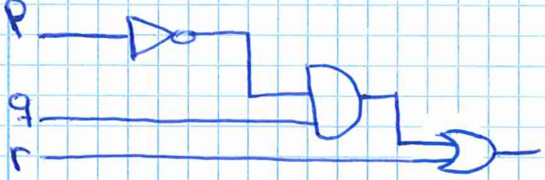
2. Puerta lógica de conjunción: AND

$= \wedge$

3. Puerta lógica de disyunción: OR

$= \vee$

Cada formula bien formada puede representarse mediante un circuito lógico.



$= (\neg p \wedge q) \vee r$

El algebra de boole proporciona un método para convertir cualquier formula lógica en un circuito, usando la primera forma canónica de una formula.

Forma canónica: Es una fórmula compuesta por la suma de productos, donde dentro de cada uno de los productos figuran todas las variables proposicionales de la formula.

Ejemplo: Pasar a forma canónica $(p+q) \wedge r$

1º Realizamos la tabla de la verdad:

| $p$ | $q$ | $r$ | $p+q$ | $(p+q)\wedge r$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

2. Nos fijamos en los resultados que dan 1 y los ponemos como fbf para que den 1.

$$\left.\begin{array}{l} \neg p \wedge \neg q \wedge r \\ \neg p \wedge q \wedge r \\ p \wedge q \wedge r \end{array}\right\} \boxed{(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \vee q \vee r)}$$

Forma canónica

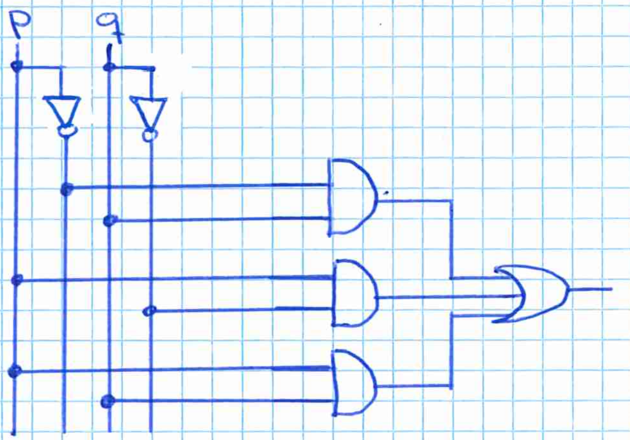
3. Se unen mediante la suma:

-Minimización:

Consiste en buscar una formula equivalente a la forma canónica pero con una expresión mas simple.

Metodo 1: Supongamos la siguiente formula:

$(\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q)$



Consiste en reducir el circuito utilizando las reglas basicas y derivadas.

• Distributiva de la disyunción: $\frac{A\vee(B\wedge C)}{(A\vee B)\wedge(A\vee C)}$

$(\neg p\wedge q)\vee\underbrace{(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q)}$

$(\neg p\wedge q)\vee[(p\vee p)\wedge(p\vee q)\wedge(\neg q\vee p)\wedge(\neg q\vee q)]$

Reducimos: $\overset{\shortparallel}{p}$ $\overset{\shortparallel}{1}$ → principio de tercio excluso.

• Absorción de la conjunción:

$(\neg p\wedge q)\vee[p\wedge(p\vee q)\wedge(\neg q\vee p)]$

$(\neg p\wedge q)\vee[p\wedge(\neg q\vee p)]$

• Conmutativa de la disyunción:

$(\neg p\wedge q)\vee[p\wedge(\neg q\vee p)]$

$(\neg p\wedge q)\vee[p\wedge(p\vee\neg q)]$

• Absorción de la conjunción:

$(\neg p\wedge q)\vee[p\wedge(p\vee\neg q)]$

$(\neg p\wedge q)\vee p$

• Distributiva de la disyunción:

$(\neg p\wedge q)\vee p$

$(p\vee\neg p)\wedge(p\vee q)$

• Principio de tercio excluso:

$(p\vee\neg q)\wedge(p\vee q)$

$1\quad\wedge(p\vee q)$

Así que nestra formula se reduce a:

$p\vee q$

## *Cálculo de deducción natural de predicados:

-Lenguaje formal:

- Símbolos lógicos:

Conectivas: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

Cuantificadores:

$\forall$: Universal (para todos)

$\exists$: Existencial (Algunos)

- Símbolos no lógicos:

Variables predicativas: Son propiedades o acciones que van a realizar los individuos. (P, Q, R...)

La aridad es el número de elementos que une el predicado.

Terminos de individuo:

Constantes de individuo: son objetos concretos del lenguaje. (Sujeto: María, Juan, biblioteca...) (a, b, c...)

Variables de individuo: hacen referencia a individuos que estan por concretar. (x, y, z)

Parentesis: ( ), [ ], { }.

-Reglas de formación de fbf:

- RF1: Un predicado de aridad n, seguido de un número n de terminos de individuo, es una fbf.

  Px, Pxy, Pa, Qbz...

- RF2: Si A es un fbf, $\neg A$ es una fbf
- RF3: Si A y B son fbf, $A \wedge B$, $A \rightarrow B$... son fbf.
- RF4: Si A es una fbf, $\exists x A$ y $\forall x A$ son fbf.
- RF5: Si no son secuencias obtenidas con las reglas de formación 1, 2, 3 y 4, no son fbf.

-Prioridad:

- Alcance mayor: $\rightarrow$
- Alcance intermedio: $\wedge, \vee$
- Alcance menor: $\neg$

Los cuantificadores tienen menor alcance que la negación.

-Variables de individuo libres: Son variables que estan fuera del alcance del cuantificador. $(Rax \rightarrow Sxbc, \forall y \underset{\text{libre}}{\underline{Px}} \ldots)$

-Sentencias: son fbf sin variables de individuo libre. $(Ra \rightarrow \neg Sbc, \underset{\text{ligada.}}{\underline{\forall x Px}})$

*Estrategias de formalización para la lógica de predicados:

-Formalizar: Consiste en traducir el lenguaje natural en lenguaje formal.

-Estrategia general:

1. Indicar cual es el universo de discurso sobre el que vamos a cuantificar.

2. Asociar una letra predicativa a las propiedades o relaciones y una constante de individuo a los objetos concretos.

3. Parafrasis del lenguaje natural para aproximarlo al lenguaje formal de la lógica de predicados.

Advertencia 1: Tener en cuenta que los terminos de individuo llevan un orden determinado cuando trabajamos con predicados poliadicos.

«... es padre de ...» $Pjc$ o $Pxy$

- El primero de los terminos de individuo indica el padre.
- El segundo de los terminos de individuo indica el hijo.

Advertencia 2: Variables de individuo con cuantificadores:

- Identificarlas claramente.
- Usar parentesis cuando sea necesario.
- No pueden quedar variables libres.

Todos los madrileños son españoles:

$\forall x (Mx \rightarrow Ex)$

Ejemplo: Algunos humanos son inteligentes. Los humanos inteligentes no pierden el tiempo. Cervantes escribio el Quijote y es inteligente. Por lo tanto, Cervantes no pierde el tiempo.

1. Universo discursivo: Todos los seres vivos = x

2. ... Es humano = H

... Es inteligente = I

... pierde el tiempo = P

... escribe el ... = E

Cervantes = c

Quijote = q

3.- Existe un x que es humano y es inteligente.

- Para todo x si x es humano y x es inteligente, entonces x no pierde el tiempo.

4. 1. $\exists x (Hx \land Ix)$ $\vdash \neg Pc$

2. $\forall x (Hx \land Ix \rightarrow \neg Px)$

3. $Ecq \land Ic$

# *Teoria de conjuntos y lógica de predicados

-Conjunto: Colección ordenada de elementos.

-Subconjunto: El conjunto A se dice que es subconjunto de B, si y solo si, todo elemento A es tambien elemento de B.

$A \subseteq B = \forall x (x \in A \to x \in B)$

Ejemplo: Los números impares menores que 10 son un subconjunto de los números menores que 10.

-Producto cartesiano: Es el producto de dos o mas conjuntos ordenados.

Ejemplo: $A\{1, 2\}$ $B\{a, b, c\}$

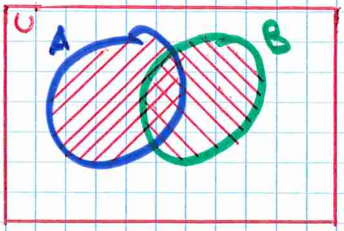
$A \cdot B = \{(1,a), (1,b), (1,c), (2,a), (2,b), (2,c)\}$

-Unión de conjuntos: Es el conjunto de elementos que estan en A, en B o en ambos. Disyunción. $A \cup B$

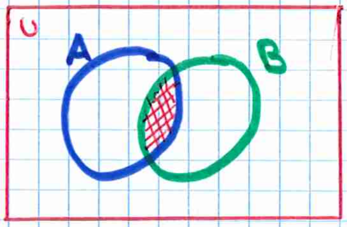
-Intersección de conjuntos: Es el conjunto de elementos que estan en A y en B. Conjunción $A \cap B$

-Diferencia de conjuntos: Es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B. $A \setminus B$

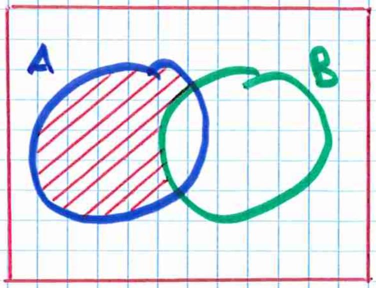
-Complementario (contrario): Conjunto formado por todos los elementos que no pertenecen a A. $\bar{A}$



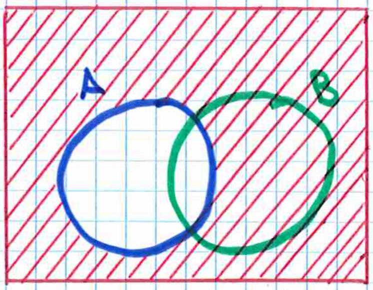
$A \cup B$



$A \cap B$



$A \setminus B$



$\bar{A}$

-Predicado monádico: se corresponde semanticamente a un conjunto.

-Individuo: es un elemento que pertenece al conjunto.

-Restricción: Un elemento pertenece o no al conjunto, sin termino medio. (Bivalencia).

Ejemplos:

- 2 es un numero natural: $Na$
- 2 pertenece a los naturales: $2 \in N$

- Todos los numeros pares son naturales:

$\forall_x (P_x \to N_x)$ $P \subseteq N$

- 7 es un número primo e impar:

$P_s \land I_s$ $7 \in P \cap I$

- 4 es un numero par y no primo:

$P_c \land \lnot D_c$ $4 \in P \setminus D$

- 15 es impar o primo:

$I_q \lor P_q$ $15 \in I \cup P$

- 3 no es número par:

$\lnot P_t$ $3 \notin P$ o $3 \in \overline{P}$

- A{1,3,5,7} B{2,4,6} a es mayor que b

(3,2), (5,2), (5,4), (7,2), (7,4), (7,6)

## * Semantica en lógica de predicados:

- Cuestiones preliminares:

• Realización: $A = \langle \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Universo de} \\ \text{discurso}}}{U}, \mathscr{I} \rangle \rightarrow$ función.

A cada constante de individuo le asocia un elemento de U. Si a es una constante de individuo, $\mathscr{I}(a) \in U$

A cada variable predicativa le asocia un subconjunto de U. Si R es un predicado, $\mathscr{I}(R) \subseteq U$

• Asignación: proporciona valor semantico a variables de individuo cuando las formulas evaluadas no son sentencias.

$J: Var \rightarrow U$ → Universo de discurso

↳ Variable de individuo.

• Valores semanticos: $[\cdot]^{AJ}$

Si a es una constante de individuo $[a]^{AJ} = \mathscr{I}(a)$

Si R es un predicado $[R]^{AJ} = \mathscr{I}(R)$

Si x es una constante de individuo $[x]^{AJ} = J(x)$

- RS1:

$[R\tau_1 \ldots \tau_n]^{AJ} = 1 \leftrightarrow [\tau_1]^{AJ}, [\tau_2]^{AJ} \ldots [\tau_n]^{AJ} \in [R]^{AJ}$

- RS2: Si B es una fbf.

$[\neg B]^{AJ} = 1 \leftrightarrow [B]^{AJ} = 0$

- RS3:

Disyunción: $[B \vee C]^{AJ} = 1 \leftrightarrow [B]^{AJ} = 1$ ó $[C]^{AJ} = 1$

Conjunción: $[B \wedge C]^{AJ} = 1 \leftrightarrow [B]^{AJ} = 1$ y $[C]^{AJ} = 1$

Condicional: $[B \rightarrow C]^{AJ} = 1 \leftrightarrow [B]^{AJ} = 0$ ó $[C]^{AJ} = 1$

Ejemplo:

Posible realización: $A = \langle U, f \rangle$

Universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Función:

$f(a) = [a]^{A} = 1$

$f(b) = [b]^{A} = 2$

$f(c) = [c]^{A} = 3$

$f(P) = [P]^{A} = \{2, 4, 6\}$

$f(I) = [I]^{A} = \{1, 3, 5, 7\}$

$$
\begin{aligned}
f(M) = [M]^{A} = \{&(7,6), (7,5), (7,4), (7,3), (7,2), (7,1),\\
&(6,5), (6,4), (6,3), (6,2), (6,1),\\
&(5,4), (5,3), (5,2), (5,1),\\
&(4,3), (4,2), (4,1),\\
&(3,2), (3,1),\\
&(2,1)\}
\end{aligned}
$$

Asignación:

$J(x) = 7$

$J(y) = 6$

$J(z) = 5$

$[\forall x Px]^{AJ} = 0$

$[\exists x Px]^{AJ} = 1$

$[\forall x (Px \vee Ix)]^{AJ} = 1$

$[\forall x (Px \to Mxa]^{AJ} = 1$

## Reglas básicas

I¬

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \land \neg B \end{array}\right. \\ \hline \neg A \end{array}$$

E¬

$$\begin{array}{c} \neg\neg A \\ \hline A \end{array}$$

I∧

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ \hline A \land B \end{array}$$

E∧

$$\begin{array}{l} A \land B \\ \hline A \end{array} \qquad \begin{array}{l} A \land B \\ \hline B \end{array}$$

I∨

$$\begin{array}{l} A \\ \hline A \lor B \end{array} \qquad \begin{array}{l} B \\ \hline A \lor B \end{array}$$

E∨

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ \left[\begin{array}{l} A \\ C \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} B \\ C \end{array}\right. \\ \hline C \end{array}$$

I→

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \end{array}\right. \\ \hline A \to B \end{array}$$

E→

$$\begin{array}{l} A \to B \\ A \\ \hline B \end{array}$$

Aquí estudiaremos las más comunes y serán demostradas en próximos temas cuando se establezcan las estrategias de deducción de la lógica proposicional.

Consideraremos las siguientes reglas derivadas:

- Transitiva del condicional:

$$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$$

- Mutación del condicional:

$$\begin{array}{c} A \to (B \to C) \\ \hline B \to (A \to C) \end{array}$$

- Identidad:

$$\begin{array}{c} A \\ \hline A \end{array}$$

- Carga de premisa:

$$\begin{array}{c} A \\ \hline B \to A \end{array}$$

- Conmutativa de la conjunción:

$$\begin{array}{c} A \wedge B \\ \hline B \wedge A \end{array}$$

- Conmutativa de la disyunción:

$$\begin{array}{c} A \vee B \\ \hline B \vee A \end{array}$$

- Asociativa de la conjunción:

$$\begin{array}{c} (A \wedge B) \wedge C \\ \hline A \wedge (B \wedge C) \end{array}$$

- Asociativa de la disyunción:

$$\begin{array}{c} (A \vee B) \vee C \\ \hline A \vee (B \vee C) \end{array}$$

- Distributiva de la conjunción:

$$\begin{array}{c} A \wedge (B \vee C) \\ \hline (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \end{array}$$

- Distributiva de la disyunción:

$$\begin{array}{c} A \vee (B \wedge C) \\ \hline (A \vee B) \wedge (A \vee C) \end{array}$$

- Idempotencia de la conjunción:

$$\begin{array}{c} A \wedge A \\ \hline\hline A \end{array}$$

- Idempotencia de la disyunción:

$$\begin{array}{c} A \vee A \\ \hline\hline A \end{array}$$

- Absorción de la conjunción:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \land (A \lor B)} \\ \hline\hline \mathbf{A} \end{array}$$

- Absorción de la disyunción:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \lor (A \land B)} \\ \hline\hline \mathbf{A} \end{array}$$

- Contraposición:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \rightarrow B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg B \rightarrow \neg A} \end{array}$$

- *Modus tollens*:

$$\begin{array}{l} \mathbf{[(A \rightarrow B) \land \neg B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg A} \end{array}$$

- Introducción de la doble negación:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A} \\ \hline \mathbf{\neg\neg A} \end{array}$$

- *Ex contradictione quodlibet*:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \land \neg A} \\ \hline \mathbf{B} \end{array}$$

- Importación/exportación:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \rightarrow (B \rightarrow C)} \\ \hline\hline \mathbf{(A \land B) \rightarrow C} \end{array}$$

- Silogismo disyuntivo:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \lor B} \\ \mathbf{\neg A} \\ \hline\hline \mathbf{B} \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} \mathbf{A \lor B} \\ \mathbf{\neg B} \\ \hline\hline \mathbf{A} \end{array}$$

- Principio de tercio excluso:

$$\begin{array}{l} \\ \hline \mathbf{A \lor \neg A} \end{array}$$

- Principio de no contradicción:

$$\begin{array}{l} \\ \hline \mathbf{\neg(A \land \neg A)} \end{array}$$

- Dilemas:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \lor B} \\ \mathbf{A \rightarrow C} \\ \mathbf{B \rightarrow C} \\ \hline \mathbf{C} \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} \mathbf{\neg A \lor \neg B} \\ \mathbf{C \rightarrow A} \\ \mathbf{C \rightarrow B} \\ \hline \mathbf{\neg C} \end{array}$$

- Definición de condicional en conjunción:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \rightarrow B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg (A \land \neg B)} \end{array}$$

- Definición de condicional en disyunción:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A \rightarrow B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg A \lor B} \end{array}$$

- Definición de conjunción en condicional: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \land B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg (A \to \neg B)} \end{array}$$

- Definición de disyunción en condicional: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \lor B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg A \to B} \end{array}$$

- Definición de conjunción en disyunción: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \land B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg (\neg A \lor \neg B)} \end{array}$$

- Definición de disyunción en conjunción: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \lor B} \\ \hline\hline \mathbf{\neg (\neg A \land \neg B)} \end{array}$$

- De Morgan (negación de conjunción): $$\begin{array}{c} \mathbf{\neg (A \land B)} \\ \hline\hline \mathbf{\neg A \lor \neg B} \end{array}$$

- De Morgan (negación de disyunción): $$\begin{array}{c} \mathbf{\neg (A \lor B)} \\ \hline\hline \mathbf{\neg A \land \neg B} \end{array}$$

- Introducción del bicondicional: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \to B} \\ \mathbf{B \to A} \\ \hline \mathbf{A \leftrightarrow B} \end{array}$$

- Eliminación del bicondicional: $$\begin{array}{c} \mathbf{A \leftrightarrow B} \\ \hline \mathbf{A \to B} \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{c} \mathbf{A \leftrightarrow B} \\ \hline \mathbf{B \to A} \end{array}$$

1 $a \wedge b$ $\quad\quad \vdash \neg a \rightarrow \neg c$

2 $b \rightarrow \neg c$

- Unimos las premisas con conjunciones:

$(a \wedge b) \wedge (b \rightarrow \neg c)$

- Unimos las premisas a la conclusion mediante condicional:

$(a \wedge b) \wedge (b \rightarrow \neg c) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg c)$

- Calculamos la tabla de la verdad:

| a | b | c | $\neg a$ | $\neg c$ | $a \wedge b$ | $b \rightarrow \neg c$ | $(a \wedge b) \wedge (b \rightarrow \neg c)$ | $\neg a \rightarrow \neg c$ | $(a \wedge b) \wedge (b \rightarrow \neg c) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg c)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Nuestro razonamiento es valido porque es una tautología.

# Examen Modelo A 2020

1. Dar una sentencia en lenguaje natural para cada una de las expresiones siguientes:

a) $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

p = Llueve
q = hace sol

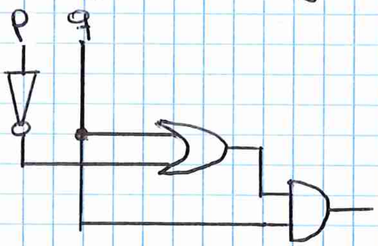
- O llueve o hace sol pero no llueve y hace sol.

b) $\neg p \vee q$

p = correr
q = caminar

- O no corres o caminas.

2. Que formula lógica equivale al siguiente circuito lógico:



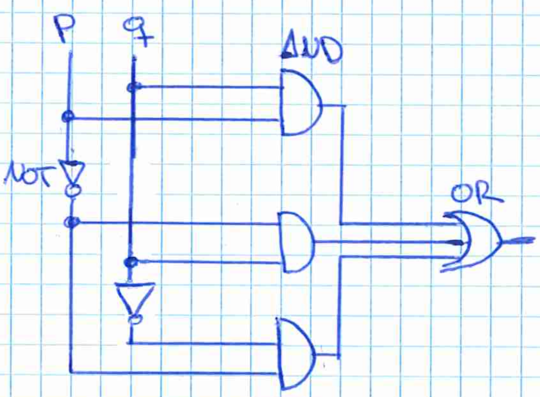
$(\neg p \vee q) \wedge q$

Escribe el circuito lógico correspondiente a la siguiente fórmula:

$p \rightarrow q$

| P | q | $P \rightarrow q$ | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | $(P \wedge q)$ |
| 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | $(\neg P \wedge q)$ |
| 0 | 0 | 1 | $(\neg p \wedge \neg q)$ |

$(P \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$



Este sería nuestro circuito resultante, aunque tambien podemos simplificarlo.

Minimización del circuito anterior:

$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Distributiva de la disyunción:

$(p \vee q) \wedge (p \vee \neg p) \wedge (q \vee q) \wedge (q \vee \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Principio de tercio excluso:

$(p \vee q) \wedge 1 \wedge (q \vee q) \wedge (q \vee \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Idempotencia de la disyunción:

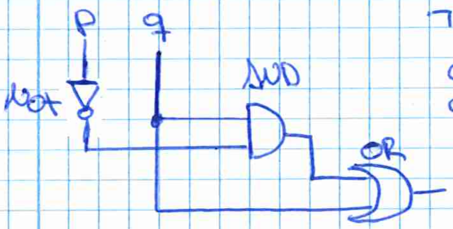
$(p \vee q) \wedge q \wedge (q \vee \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Absorción de la conjunción:

$q \wedge (q \vee \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Absorcion de la conjuncion

$q \vee (\neg p \wedge q)$ Este seria nuestro resultante minimizado y su circuito lógico:



| $\neg p$ | $p$ | $q$ | $\neg q$ | $(\neg p \wedge \neg q)$ | $q \vee (\neg p \wedge \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

3. Consideramos el conjunto $A = (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ con la realización $A = \langle A, f \rangle$ dada por:

$f(d) = 2$ $\quad f(I) = (1,3,5,7,9)$

$f(t) = 3$ $\quad f(M) = \{(1,2)(2,4),(3,6),(4,8)\}$

$f(s) = 6$

y la asignación:

$J(x) = 6$, $J(y) = 3$

Determinar el valor semantico de las formulas siguientes:

$[Id]^{AJ}$ = False 0

$[\neg Mds]^{AJ}$ = True 1

$[\forall x\, Ix]^{AJ}$ = False 0

$[\forall x \exists y (\neg Ix \rightarrow Mxy)]^{AJ}$ = False 0

4. Cual es la función de la traza de un programa en prolog?

Su función es la de visualizar paso a paso el proceso de resolución.

Responde a las siguientes preguntas razonando y justificando con todo detalle.

1. Formaliza la siguiente sentencia:
"Algunos leones son albinos. Los leones albinos no son oscuros ni peludos. Scar no es un leon albino. Por lo tanto, existen leones claros o peludos.

Considera el universo de discurso de los animales.

Los animales = x
Es albino = A
Es oscuro = O
Es peludo = P

Scar = s
Es leon = L

x = Variable de individuo
s = constante de individuo
A, O, P y L = Variables predicativas

1. $\exists x (Lx \land Ax)$
2. $\forall x [(Lx \land Ax) \to (\neg Ox \land \neg Px)]$
3 $Ls \land \neg As$

$\vdash \exists x Lx \to (\neg O_x \lor P_x)$

$\exists$ = Cuantificador existencial
$\forall$ = Cuantificador universal
no ($\neg$) = Negación
ni e y ($\land$) = Conjunción
o ($\lor$) = disyunción
Por lo tanto ($\to$) = condicional

2. Realiza las siguientes deducciones:
Silogismo disyuntivo:

1 | $p \lor q$ $\vdash q$
2 | $\neg p$
3 | | $\neg q$ suponemos
4 | | $q$ Silogismo disyuntivo 1,3
5 | Esto es un absurdo porque obtenemos $q \land \neg q$

1. $p \vee q$ $\vdash q \vee \omega$
2. $\neg r$
3. $p \to r$
4. $p$ suponemos
5. $r$ $E\to$ 3,4
6. $r \wedge \neg r$ $I\wedge$ 2,5
7. $\omega$ Ex contradictione quodlibet 6
8. $\neg p$ $I\neg$ 4
9. $q$ silogismo disyuntivo 1,4
10. $q \vee \omega$ 9,4-7

Elabora la tabla semántica de la siguiente fórmula:

$(p \to q) \wedge (r \wedge \neg q)$

| $r$ | $q$ | $p$ | $p \to q$ | $\neg q$ | $r \wedge \neg q$ | $(p \to q) \wedge (r \wedge \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Demuestra que la siguiente deducción no es válida:

1. $p$ $\vdash p \to \neg q$
2. $q$

$(p \wedge q) \to (p \to \neg q)$

| $q$ | $p$ | $p \wedge q$ | $\neg q$ | $p \to \neg q$ | $(p \wedge q) \to (p \to \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Al no ser una tautologia, la deducción no es válida.

Examen Modelo B 2020

1. Responde a las siguientes preguntas:

Dar una sentencia en lenguaje natural para cada una de las expresiones siguientes.

$p \to \neg q$

$p$ = llueve

$q$ = hace sol

Si llueve entonces no hace sol.

$p \wedge q \to r$

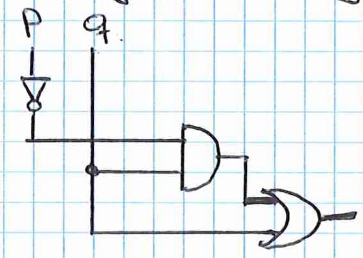
$p$ = llueve

$q$ = hace frio

$r$ = quedarse en casa

Si llueve y hace frio entonces nos quedaremos en casa.

2. Que formula lógica equivale al siguiente circuito:



$(\neg p \wedge q) \vee q$

Escribe el circuito lógico correspondiente a la siguiente fbf:

$\neg p \to q$

| $q$ | $p$ | $\neg p$ | $\neg p \to q$ | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | $\neg p \wedge \neg q$ |
| 0 | 1 | 0 | 1 | $\neg\neg p \wedge \neg q$ |
| 1 | 0 | 1 | 1 | $\neg p \wedge q$ |
| 1 | 1 | 0 | 0 | |

$(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

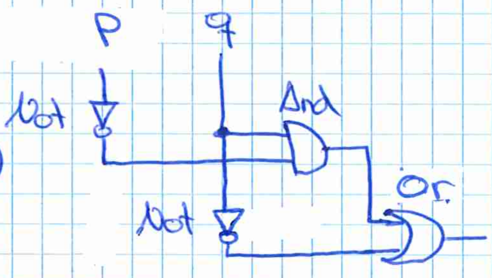
$(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge \neg q \vee (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q \vee (\neg p \wedge q)$

$\neg q \vee (\neg p \wedge q)$

| $q$ | $p$ | $\neg q$ | $\neg p$ | $(\neg p \wedge q)$ | $\neg q \vee (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |



3. Semantica en lógica preposicional

Consideramos el conjunto $\Delta = (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)$

con la realización: $\Delta = <\Delta, f>$ dada por:

$f(d) = 2$ $\quad$ $f(I) = (1,3,5,7,9)$

$f(t) = 3$ $\quad$ $f(M) = \{(1,2), (2,4), (3,6) (4,8)\}$

$f(s) = 6$

y la asignación J:

$J(x) = 6$ $\quad$ $J(y) = 3$

Determinar el valor semantico de las formulas siguientes:

$[It]^{\Delta J}$ = True 1

$[Mdt]^{\Delta J}$ = False 0

$[\exists x\, Ix]^{\Delta J}$ = True 1

$[\forall x\, (Ix \vee \exists y\, Mxy)]^{\Delta J}$ = False 0

4. ¿Que función realiza el corte en prolog?

Reducción del tiempo de ejecución.

Reduce la memoria

Evita respuestas no deseadas.

5 Formaliza la siguiente sentencia:

"Juan es aspirante a presidente. Algunos presidentes son honrados y generosos. Los hombres honrados son generosos. Por lo tanto, Juan es generoso."

Variables predicativas: A = Aspirante $\quad$ O = hombre

P = Presidente

G = Generoso

H = Honrado

Constantes de individuo = j = Juan

Variable de individuo = x = Los humanos.

Conjuncion: y

Condicional: Por lo tanto...

$\exists$ = Existencial

$\forall$ = Universal

1. $Aj \wedge Pj$ $\qquad \vdash Gj$
2. $\exists x\, (Px \wedge Hx \wedge Gx)$
3. $\forall x\, (Ox \wedge Hx \rightarrow Gx)$

6. Realiza las siguientes deducciones

1. $\neg p \vee \neg q \quad \vdash \neg(p \wedge q)$
2 $p \wedge q$ suponemos la contradiccion
3 $p$ $E\wedge$ 2
4 $q$ $E\wedge$ 2
5 $\neg p$ $I\neg$ 3
6 $\neg q$ $I\neg$ 4
7 $\neg p \vee \neg q$ $I\vee$ 5, 6
8 $\neg(p \wedge q)$ de Morgan 7.

1. $p \to r \quad \vdash q \vee w$ Puedes usar el apartado a en el b.
2. $s \wedge t$
3 $s \to \neg r$
4 $p$ suponemos
5 $r$ $E\to$ 1, 4
6 $s$ $E\wedge$ 2
7 $\neg r$ $E\to$ 3, 6
8 $w$ Excontradictione quodlibet 7, 4-5
9 $\neg(p \wedge q)$ Del apartado "a".
10 $\neg p \vee \neg q$ de Morgan 9.
11 $\neg(\neg p \vee \neg q)$ $I\neg$ 10
12 $p \wedge q$ Definición de conjunción en disyunción 11
13 $q$ $E\wedge$ 12
14 $q \wedge w$ $I\wedge$ 8, 13

7. Elavora la tabla semantica de la siguente formula:

$p \vee q \to \neg r \wedge \neg q$

| $r$ | $q$ | $p$ | $p \vee q$ | $\neg r$ | $\neg q$ | $\neg r \wedge \neg q$ | $p \vee q \to \neg r \wedge \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

8. Demuestra que la siguiente deducción no es válida:

1. $\neg q \quad \vdash \neg p \vee q$
2. $p$

$\neg q \wedge p \to \neg p \vee q$

| $q$ | $p$ | $\neg q$ | $\neg p$ | $\neg q \wedge p$ | $\neg p \vee q$ | $\neg q \wedge p \to \neg p \vee q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Al no ser una tautologia, la deducción no es valida.